

§1. 匀变速直线运动.

一. 定义:

加速度不变的直线运动 $\Rightarrow a$ 不变 $\left\{ \begin{array}{l} \text{大小} \\ \text{方向} \end{array} \right.$ 均不变.

二. 速度-时间公式 $v(t)$:

$$v(t) = v_0 + at$$

三. 位移-时间公式 $s(t)$:

$$s(t) = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

推导: $s(t) = S_{\text{梯}}$

$$= \frac{(v_0 + v_t) \cdot t}{2}$$

$$= \frac{(v_0 + v_0 + at) \cdot t}{2}$$

$$= v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

四. 速度差(消时公式).

$$v_t^2 - v_0^2 = 2aS$$

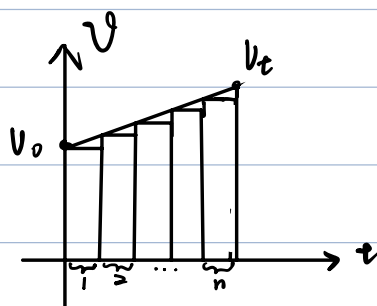
三大公式

两大推论

$$\bar{v} = v_{\frac{t}{2}} = \frac{v_0 + v_t}{2}$$

$$S_n - S_{n-1} = aT^2$$

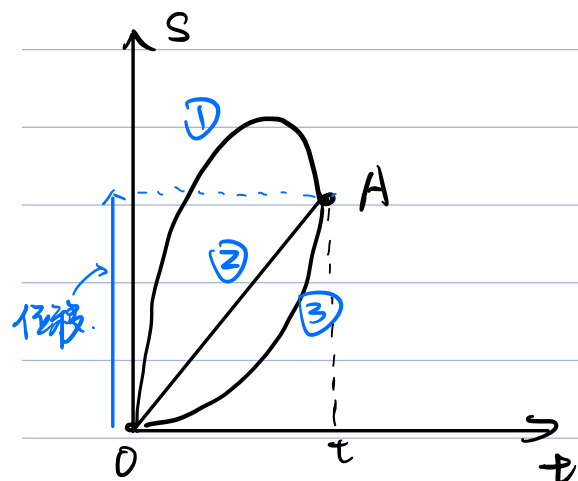
a 方向不变, 那么速度方向是否会变呢?



在时间足够短的情况下, 速度的改变也非常小, 于是我们可以将其视为匀变速直线运动, 用 $S = vt$ 计算其位移, 也就是 $v-t$ 图像面积.

如果公式记不住, 可以自己推导两遍或者多写几道计算题, 讲义里随便找两道也行.

图家. 一、常视图家.



轴: { 纵轴: 位置.
横轴: 时间.

点: { 交点: { 轴: s : 初位置
 t : 回原点.
图像: 相遇.
拐点: $v=0$

线 $\rightarrow$ 斜率 $k=v$ 斜率有正负

正斜率 $\nearrow$ 速度为正.
负斜率 $\searrow$ 速度为负.

面: 无含义.

请尝试回答以下问题:

- ①、②、③ 位移是否相同
- ①、②、③ 是否在 t 时相遇
- ①、②、③ 的平均速度是否相等
- t 时刻 3 个物体速度是否相等
- ② 是否在做匀变速直线运动

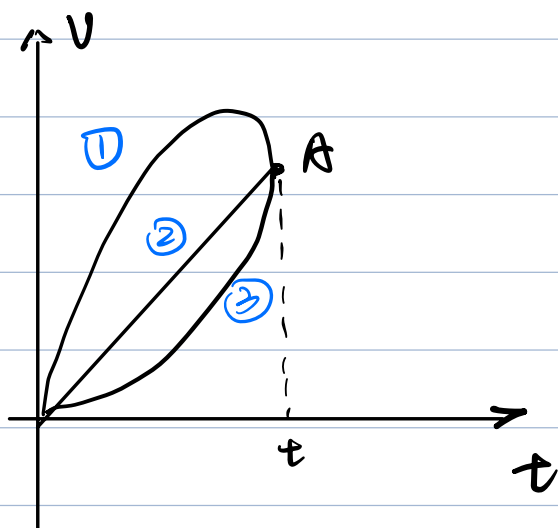
是

是

是

否

匀速.



请尝试回答以下问题：

1. A点是否相遇..
2. 3个物体t时刻速度是否相同？平均速度呢？
3. 加速度是怎么变化的？

轴

点 { 交点 { 轴：
图像：v相同。
拐点：a=0.

线 $\rightarrow$ 斜率 $k=a$

面：面积代表位移，有正负。

因为v-t图像包含的信息是最丰富的：v, a, s都能够得到。

因此自己如果尚得还有问题的话，可以多写几道题。

不仅仅要做到题目能写出来，也要足够熟练。

特殊图像

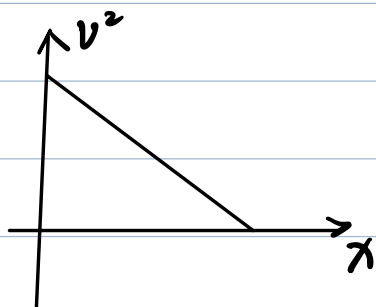
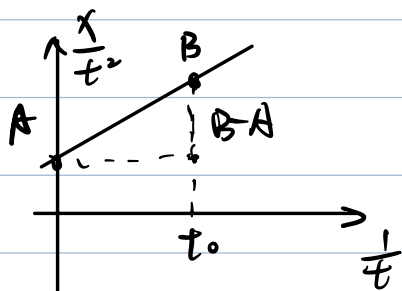
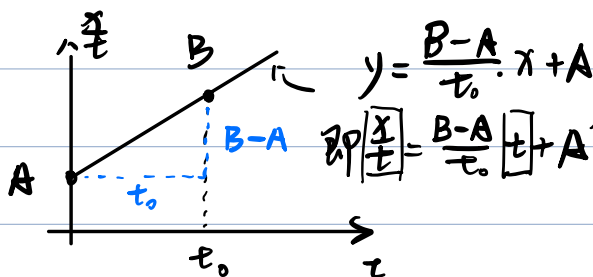
刚开始的时候这种题目都是难点,但是我们有两种方法解决

一、法一 (直接写出表达式)

例如: $\frac{x}{t} - t (v - t)$

$$\frac{x}{t^2} = \frac{1}{t}$$

$$v^2 - x, x - v^2$$



→ 那我们一般也只能解决直线或抛物线.

$$x = \left(\frac{B-A}{t_0}\right) \cdot t^2 + A t$$

$$\text{相较于 } x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\therefore \begin{cases} A \rightarrow v_0 \\ \frac{B-A}{t_0} \Rightarrow \frac{1}{2} a \end{cases}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\therefore \left[\frac{x}{t^2}\right] = v_0 \frac{1}{t} + \frac{1}{2} a$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{B-A}{t_0} = v_0 \\ A = \frac{1}{2} a \end{cases}$$

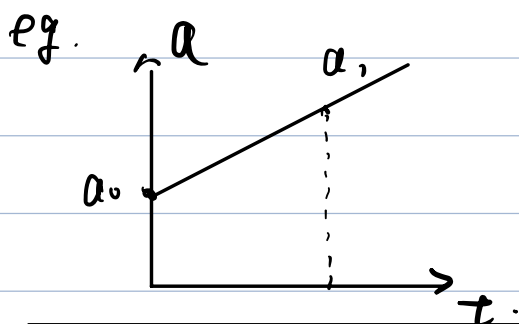
$$v_t^2 - v_0^2 = 2 a x$$

$$\therefore v_t^2 = \underbrace{2a}_{\text{直线斜率}} x + \underbrace{v_0^2}_{\text{截距}}$$

直线斜率 截距

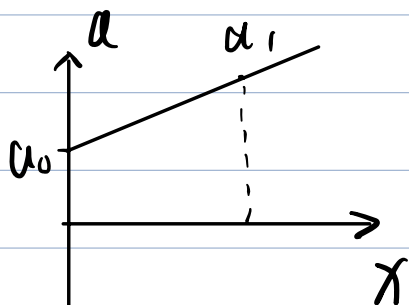
二、法二 (非直线或无法写出表达式)。

看两个东西 { 斜率
面积



斜率看 $\frac{a}{t} \rightarrow$ 加速度.

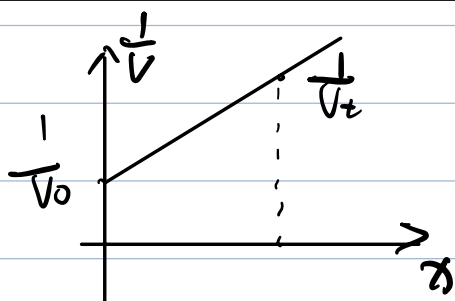
面积看 $a \cdot t \rightarrow$ 速度的变化量.



斜率 $\frac{a}{x} \rightarrow \frac{m/s^2}{m}$

面积 $a x \rightarrow m/s^2 \cdot m = m/s$

$$2ax = v_t^2 - v_0^2$$



斜率 $\frac{1/v}{x} = \frac{1}{vx} = \frac{m^2/s}{\text{没见过}}$

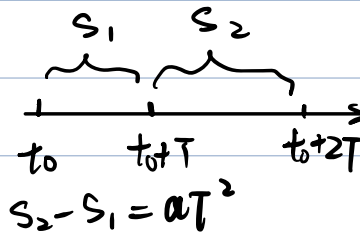
面积 $\frac{1}{v} \cdot x = \frac{x}{v}$ 平均速度.

推论.

1. $V_{\frac{t}{2}} = \bar{v} = \frac{V_0 + V_t}{2}$

2. $V_{\frac{s}{2}} = \sqrt{\frac{V_0^2 + V_t^2}{2}}$

3. $\Delta S = aT^2$

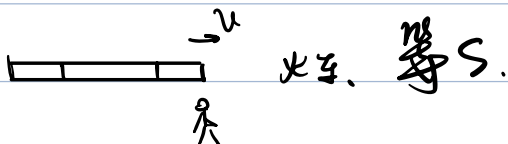
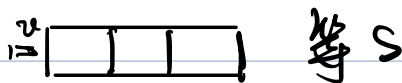
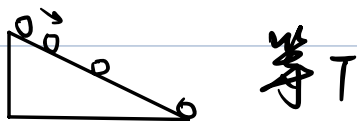


二. 比例 $v_0 = 0 \text{ m/s}$.

等T { 前1T, 前2T, 前3T位移: $1:4:9:\dots:n^2$
 第1T, 第2T, 第3T位移: $1:3:5:\dots:(2n-1)$

等S { 前S, 前2S, 前3S时间: $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}:\dots:\sqrt{n}$
 第x, 第2x, 第3x时间: $1:\sqrt{2}-1:\sqrt{3}-\sqrt{2}:\dots:\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$

三. 三类模型.



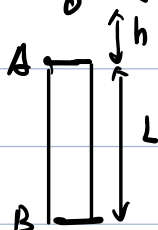
自由落体

$$\begin{aligned} \text{一. } \begin{cases} v_0 = 0 \\ a = g = 10 \text{ m/s}^2 \\ \rightarrow G = mg \end{cases} \\ \text{10 N/kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \begin{cases} h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ v_t = gt \\ v^2 = 2gh \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} \\ v = \sqrt{2gh} \end{cases} \end{aligned}$$

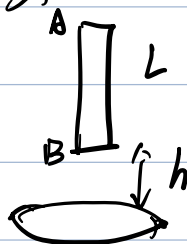
二. 三类情形

1. 点穿线



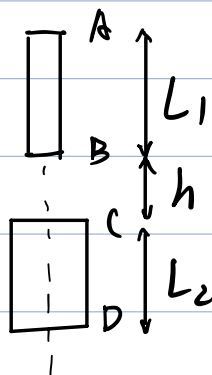
$$\begin{aligned} \text{穿过时间 } t_{AB} &= t_B - t_A \\ &= \sqrt{\frac{2(L+h)}{g}} - \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{aligned}$$

2. 线穿点



$$\begin{aligned} \text{穿环时间: } t_{AB} &= t_A - t_B \\ &= \sqrt{\frac{2(h+L)}{g}} - \sqrt{\frac{2h}{g}} \end{aligned}$$

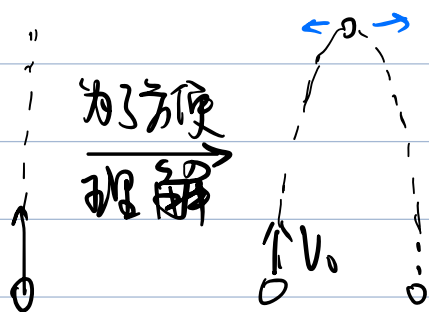
3. 线穿线



AB 通过 CD 的时间:

$$t = \sqrt{\frac{2(h_1 + h_2 + h)}{g}} - \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

四. 竖直上抛.



→ 可以看成是两个自由落体运动的叠加.

1.

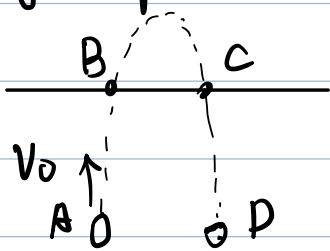
达到最高点的时间

$$t = \frac{v_0}{g}$$

最大上升高度.

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

2. 对称性.

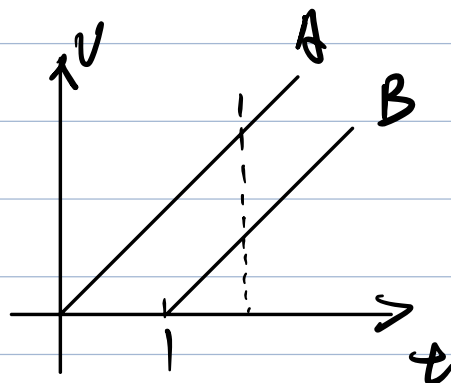
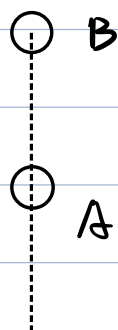


同一个高度的速度大小相同.

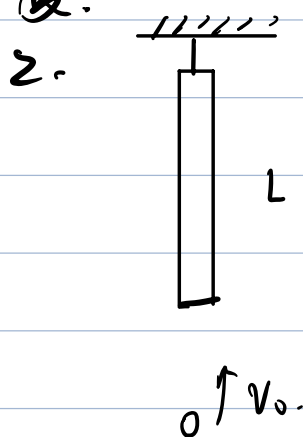
同一个高度位移相同.

五、相对运动问题.

1. 先由静止释放一个小球 A.
1 秒后在同一位置再释放一个小球 B.



问: 下落一段时间后, 两
小球速度的差值怎么变?
两小球之间的距离怎么
变.



追及相遇

相遇追土: 位置相同

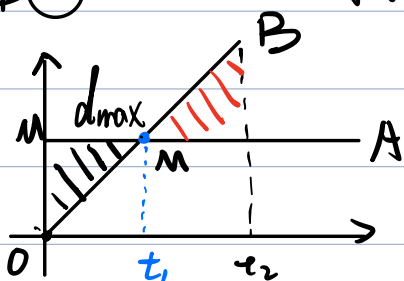
最大, 最小距离: v 相同

恰好追上, 恰好不撞: 在同一位置, 速度相同.

1. A, B 同一地点出发

A $\circ \rightarrow$ A 匀速

B $\circ \rightarrow$ B 匀加.



t_1 时刻, $v_A = v_B$, 有最大距离

$$\begin{cases} v_A = v_B = a_B \cdot t_1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} d_{\max} &= S_A - S_B \\ &= v_A \cdot t_1 - \frac{1}{2} a_B t_1^2 \\ &= S_{\triangle OMN} \end{aligned}$$

t_2 时刻 A, B 相遇

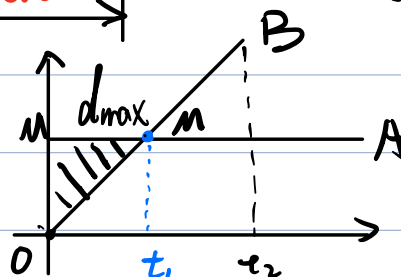
$$S_A = v_A \cdot t_2, S_B = \frac{1}{2} a_B t_2^2$$

$$\therefore S_A = S_B \Rightarrow t_2$$

2. A, B 不同一点出发

A $\circ \rightarrow$ A 匀速

B $\circ \xrightarrow{d_0}$ B 匀加.



因为 $v-t$ 图像无法表示出初位置 故两种情况 $v-t$ 图相同 只是列方程有不同.

t_1 时刻, $v_A = v_B$ 有最大距离.

$$\begin{cases} v_A = v_B = a_B t_1 \end{cases}$$

$$d_{\max} = S_A - S_B + d_0$$

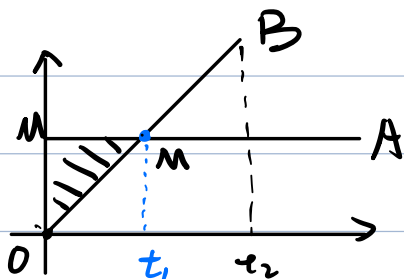
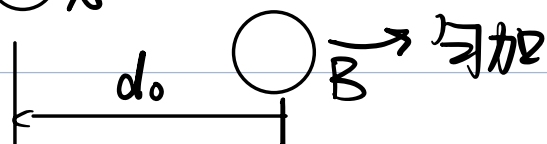
t_2 时刻 A, B 相遇

$$S_A = v_A \cdot t_2, S_B = \frac{1}{2} a_B t_2^2$$

$$S_A + d_0 = S_B \Rightarrow t_2$$

3. A后, B前

○ A → 匀直



$t < t_1$ 时, $V_A > V_B$

∴ A、B 之间的距离不断减小.

此时, $S_{\Delta OMN}$ 的物理意义:

A 在 $0 \sim t_1$ 这段时间内
比 B 多走的距离.

∴ ① 当 $d_0 = S_{\Delta OMN}$ 时:

意味着 A、B 相遇时, A 恰好
比 B 多走了 d_0 , 也就是他们
初始的距离, 那么此时
A、B 处在同一位置, 且速
度相同, 故 A、B 恰好相遇
一次.

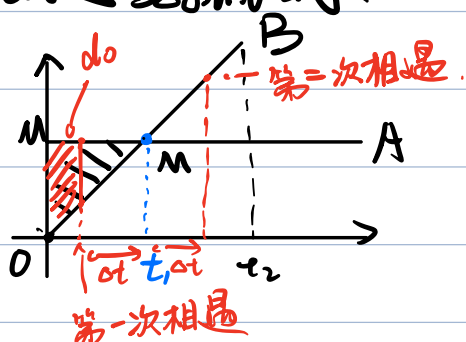
② 当 $d_0 > S_{\Delta OMN}$ 时.

相遇前 A、B 之间的距
离逐渐减小, $V_A = V_B$
时 A 仍未追上 B, 故
A、B 距离有最小值.

$$\begin{cases} V_A = V_B = a_B t_1 \\ S_A = V_A \cdot t_1 \\ S_B = \frac{1}{2} a_B \cdot t_1^2 \\ S_{AB} = (S_A - S_B) + d_0 \end{cases}$$

↓
此时 A、B 之间的距离

③ 当 $d_0 < S_{\Delta OMN}$ 时.



相遇用相遇的方程组.

设 t 时刻相遇.

$$\begin{cases} S_A = V_A t \\ S_B = \frac{1}{2} a_B t^2 \\ S_A + d_0 = S_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \\ t_2 = \end{cases}$$