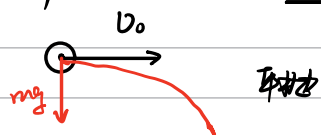


## 平抛运动

一. 将物体以  $v_0$  水平抛出, 仅受重力作用.



这很明显是一个曲线运动. 我们从来没研究过. 那么我们该如何研究他呢?

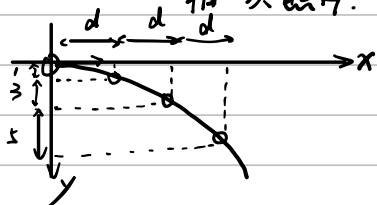
**化曲为直!**

我们将该运动视为两个正交的分运动.

水平: 匀速直线.  
竖直: 自由落体.

相互独立.  
互不影响.  
时间相等.

至于为何能够如此分解, 我们可以用一个实验证明: 用相机每隔相同的时间拍一次照片.

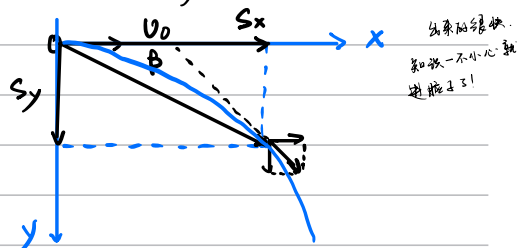


将照片上小球的位移标记下来, 往  $x, y$  轴作投影. 我们发现投影在  $x$  轴的间隔都一致.  $y$  轴的间隔满足  $1:3:5 \dots$

当然, 如何证明其实不重要.

重要的是我们该如何使用:

一小球水平速度  $v_0$  抛出, 仅受重力.



求小球  $t$  时刻所处位置, 速度.

$$\begin{cases} S_x = v_0 t \\ S_y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad \text{位置 } (S_x, S_y)$$

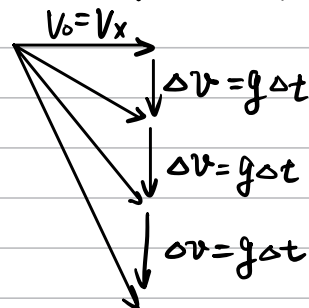
位移的表示: 位移大小  $S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$   
位移方向  $\tan \beta = \frac{S_y}{S_x}$

$$\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = g t \end{cases} \quad v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$$

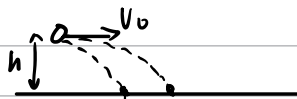
速度的表示: 速度大小  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$   
速度方向

**判断题:**

平抛运动是一个匀加速曲线运动.



想学好平抛运动, 先得建立以下的物理直觉:

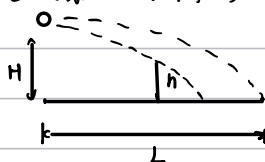


同-高度, 一物体水平抛出. 抛出时

1. 速度越大, 小球飞的越远.
2. 小球飞行时间一致 (与初速度大小无关)

## 二. 临界问题.

① 擦边或擦网



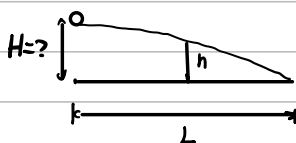
$$\begin{cases} H-h = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ \frac{1}{2}L = v_{\min}t_1 \end{cases} \Rightarrow v_{\min}$$

$$\begin{cases} H = \frac{1}{2}gt_2^2 \\ L = v_{\max}t_2 \end{cases} \Rightarrow v_{\max}$$

$$v_{\min} \leq v \leq v_{\max}$$

② 擦边且擦网

(当小球低于某一高度时, 无论以多大的速度击球都无法打在对方场上).

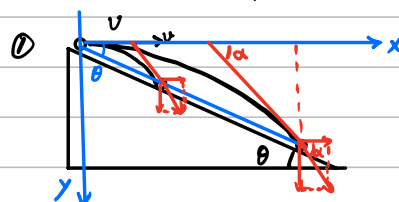


$$\begin{cases} H = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ L = v_0t_1 \\ H-h = \frac{1}{2}gt_2^2 \\ \frac{1}{2}L = v_0t_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2t_2 \\ \frac{H}{H-h} = \frac{4}{1} \\ \frac{L}{\frac{1}{2}L} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

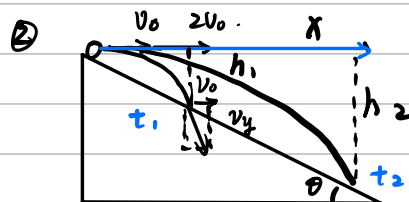
## \* 两个重要推论.

- ①  $\tan \alpha = 2 \tan \theta$
- ② 速度的反向延长线过水平位移中点.

1. 同向平抛



不同速度抛出小球, 只要都是落在斜面上, 那么, 位移偏转角都等于斜面倾角, 故速度的方向都相同 (4行)



$$\frac{v_y}{v_0} = \tan \alpha = 2 \tan \theta$$

$$\therefore gt = 2v_0 \tan \theta$$

$$t = \frac{2v_0 \tan \theta}{g} \Rightarrow \begin{cases} t \propto v_0 \\ v_y \propto v_0 \\ v \propto v_0 \end{cases}$$

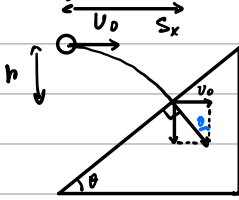
$$\therefore t_1 : t_2 = 1 : 2$$

$$\textcircled{2} x = v_0 t = \frac{2v_0^2 \tan \theta}{g} \Rightarrow \begin{cases} x \propto v_0^2 \\ h \propto v_0^2 \\ s \propto v_0^2 \end{cases}$$

$$h_1 : h_2 = 1 : 4$$

## 2. 垂直平抛.

① 速度与斜面垂直.



已知物体以水平速度  $v_0$  抛出, 一段时间后物体垂直打在倾角为  $\theta$  的倾面上.

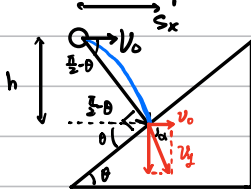
求物体下降高度  $h$ 、飞行时间  $t$ 、水平位移  $s_x$ .

$$\frac{v_0}{v_y} = \tan \theta$$

$$\therefore v_y = \frac{v_0}{\tan \theta} = gt \quad \therefore t = \frac{v_0}{g \tan \theta}$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad s_x = v_0 t$$

② 位移与斜面垂直.

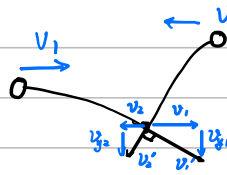


$$\frac{v_y}{v_0} = \tan \alpha = \tan(\frac{\pi}{2} - \theta)$$

$$\therefore v_y = \frac{v_0}{\tan \theta} = gt \quad \therefore t = \frac{v_0}{g \tan \theta}$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad s_x = v_0 t$$

## 三. 平抛运动的相遇



两小球同时抛出, 一段时间后两小球空中相遇, 且相遇时两小球速度互相垂直.

求相遇时间  $t$ .

$$\text{法一: } \frac{v_{y2}}{v_{x1}} = \frac{v_{y1}}{v_{x2}}$$

$$\therefore v_1 \cdot v_2 = v_{y1} \cdot v_{y2} = gt_1 \cdot gt_2 \quad \therefore t_1 = t_2$$

$$\therefore v_1 \cdot v_2 = g^2 t^2$$

$$t = \frac{\sqrt{v_1 \cdot v_2}}{g}$$

法二: 矢量法

以向右为正方向.

$$\vec{v}_1' = (v_1, gt)$$

$$\vec{v}_2' = (-v_2, gt)$$

$$\therefore \text{垂直} \quad \vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2' = -v_1 \cdot v_2 + g^2 t^2 = 0$$

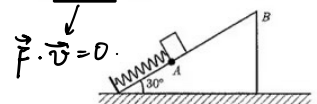
16. (14 分) 如图所示, 倾角为  $30^\circ$  的斜面固定在水平地面上, 其底端固定一垂直斜面的挡板. 一轻质弹簧一端固定在挡板上, 另一端与质量为  $m$  的物块相连, 物块与斜面间的动摩擦因数  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

用力将物块沿斜面往下压, 使弹簧上端压缩到 A 点, 再由静止释放物块, 物块向上运动一段距离后脱离弹簧, 恰好抵达斜面最高点 B, AB 间距为  $d$ , 重力加速度为  $g$ , 物块视为质点, 回答以下问题:

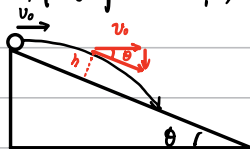
(1) 求弹簧被压缩到 A 点时储存的弹性势能;

(2) 更换质量为  $\frac{m}{2}$ 、材料完全相同的另一物块, 仍将弹簧上端压缩到 A 点后由静止释放物块, 求物体从离开弹簧到落地过程中的最小速度大小;

(3) 在 (2) 的前提下, 当物块离开斜面的瞬间, 对物块施加一垂直纸面向里的水平恒力  $F = mg$ , 求物体从离开弹簧到落地过程中的最小速度大小.

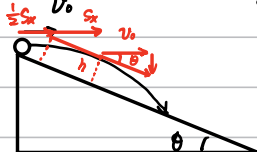


#### 四. 距斜面最远. (难).



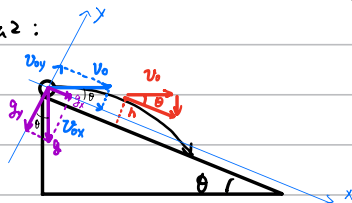
首先, 我们应当知道  $h$  最大值出现在物体速度与斜面平行.

1. 法一:  $\frac{v_y}{v_0} = \tan \theta \therefore v_y = gt = v_0 \tan \theta$



$$h = \frac{1}{2} s \sin \theta = \frac{1}{2} v_0 t \sin \theta = \frac{1}{2} v_0 \frac{v_0 \tan \theta}{g} \sin \theta$$

2. 法二:



更换分解的坐标系.

$\begin{cases} x: \text{初速度为 } v_0 \cos \theta, \text{ 加速度为 } g \sin \theta \text{ 的匀加速.} \\ y: \text{初速度为 } v_0 \sin \theta, \text{ 加速度为 } g \cos \theta \text{ 的匀减速.} \end{cases}$

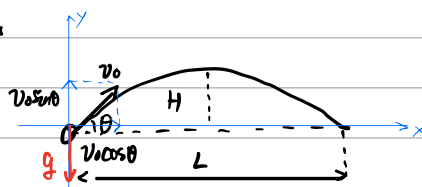
最大高度  $h$  即为  $y$  方向速度减为 0.

$$0 - (v_0 \sin \theta)^2 = -2(g \cos \theta) h$$

$$\therefore h = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g \cos \theta} = \frac{v_0^2 \tan \theta \sin \theta}{2g}$$

用该方法时, 切勿将该运动视为斜抛运动.

#### 斜抛运动.



水平: 匀速直线

竖直: 竖直上抛.

最大高度  $H$ :  $(v_0 \sin \theta)^2 = 2gH \therefore H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$

射程  $L$ :  $L = v_0 \cos \theta \cdot t = v_0 \cos \theta \left( \frac{v_0 \sin \theta}{g} \times 2 \right)$

$$= \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

本质来说: 斜抛的所有研究手法都与平抛类似. 故不再细讲. 只要平抛学的好, 斜抛就不会有问题.

## 平抛实验

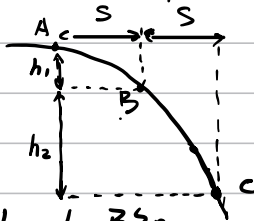
一、目的: 验证平抛运动的特性

① 水平匀速

② 自由落体

所以实验分两个部分设计.....

但考试的话, 主要是计算问题. (通常)



$S, h_1, h_2$  已知.

1. 抛出速度  $v_A = ?$

水平匀速:  $v_A = \frac{S}{T}$

根据该式, 想求  $v_A$  须知  $S, T$ .

$S$  可以用尺子量, 但是  $T$  不可能用秒表测, 误差太大了.

所以该实验有一个很精密的特点, 时间  $T$  是可计算的.

$$h_2 - h_1 = gT^2 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{h_2 - h_1}{g}}$$

$$\therefore v_A = \frac{S}{\sqrt{\frac{h_2 - h_1}{g}}}$$

2. B点速度  $v_B = ?$

$$\begin{cases} v_x = \frac{S}{\sqrt{\frac{h_2 - h_1}{g}}} \\ v_y = \frac{h_1 + h_2}{2T} \end{cases}$$

$$\therefore v_B = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$